

Ολοκλήρωση - Επίλυση Εξισώσεων Ασκήσεις

1. α) Καθορίστε τους συντελεστές στον τύπο αριθμητικής ολοκλήρωσης:

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx = af_0 + bf_2 + cf_2'$$
 και υπολογίστε το μέγιστο απόλυτο σφάλμα.

- β) Χρησιμοποιείστε τον προηγούμενο τύπο, για να προσεγγίσετε το

$$I = \int_e^{e^2} \ln(x) dx$$
 και κάντε μια εκτίμηση του μέγιστου απόλυτου σφάλματος.

2. Έχουμε τις μεθόδους A: $x_{n+1} = px_n + q \frac{x_n^2}{\alpha}$ και B: $x_{n+1} = rx_n + s \frac{\alpha^2}{x_n}$ που

χρησιμοποιούνται για την εύρεση της ρίζας $\xi = \alpha$.

- α) Να υπολογίσετε τα p, q, r, s , ώστε οι μέθοδοι να έχουν την ταχύτερη σύγκλιση.

- β) Ποια από τις δύο θα συγκλίνει πιο γρήγορα στη ρίζα;

3. Έστω η τροποποιημένη Newton-Rapson μέθοδος $x_{n+1} = x_n - q \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, που

χρησιμοποιείται για την εύρεση μιας ρίζας της εξίσωσης $f(x) = 0$ με πολλαπλότητα m . Ποια πρέπει να είναι η τιμή του q ώστε η μέθοδος να έχει τη μεγαλύτερη δυνατή τάξη σύγκλισης;